

**НИЗКОЧАСТОТНЫЕ ГИСТЕРЕЗИСНЫЕ ЭФФЕКТЫ В РЕЗОНАТОРЕ
ИЗ КВАРЦИТА**

В.Е. Назаров¹⁾, А.Б. Колпаков²⁾

¹⁾ Институт прикладной физики РАН

²⁾ ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Цель работы: Экспериментальное и теоретическое исследование нелинейных акустических эффектов, возникающих при самовоздействии продольной низкочастотной (НЧ) волны в стержневом резонаторе, изготовленном из поликристаллической горной породы – серебристого кварцита.

Кварцит – природный минерал светло-серого цвета с серебристым отблеском. Он состоит на 70-80% из кварца (SiO_2) и содержит примеси минеральных силикатов и алюмосиликатов, в основном, в виде слюды, полевого шпата и талька. Плотность кварцита – $2,68 \text{ гр/см}^3$. Для иллюстрации, на Рис.1 приведена фотография микро-структуры исследуемого образца, из которой видно, что минерал обладает зернистой структурой с характерным размером зерна до 80 мкм . Это свидетельствует о наличии различных дефектов, в частности, дислокаций в межзеренном пространстве.

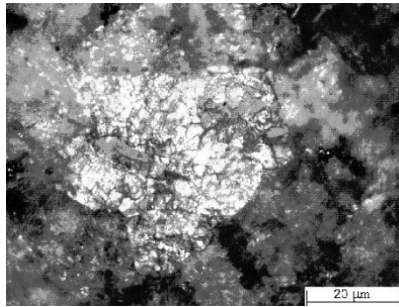


Рис.1

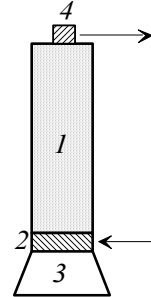


Рис. 2

Схема эксперимента изображена на Рис.2. Из кварцита изготавливался стержень квадратного сечения (со стороной $\sim 1,4 \text{ см}$) и длиной $L = 39,4 \text{ см}$. К нижнему торцу стержня 1 приклеивался пьезокерамический излучатель накачки 2 предназначенный для возбуждения продольной (НЧ) стоячей волны; другая сторона излучателя 2 – к массивной металлической нагрузке 3. К верхнему, свободному торцу стержня 1 приклеивался акселерометр 4 – для приема низкочастотных колебаний, создаваемых излучателем 2. Сигнал с акселерометра 4 поступал на спектроанализатор.

Проводилось исследование низкочастотных эффектов амплитудно-зависимого внутреннего трения и генерации высших гармоник, обусловленных гистерезисной нелинейностью материала. Для этого, при помощи излучателя 2, в стержне 1 возбуждались низкочастотные акустические колебания на частоте F , близкой к частоте F_p , одной из первых двух его продольных мод, и измерялись зависимости нелинейных сдвигов резонансных частот $F_{nl} = F - F_p < 0$ и коэффициентов затухания μ_{nl} от амплитуды деформации ϵ_m стержня (в резонансе). На Рис.3 приведены зависимости амплитуды деформации ϵ_m (в резонансе) от амплитуды электрического напряжения V , на излучателе накачки при возбуждении резонатора на двух первых продольных модах ($p = 1; 2$).

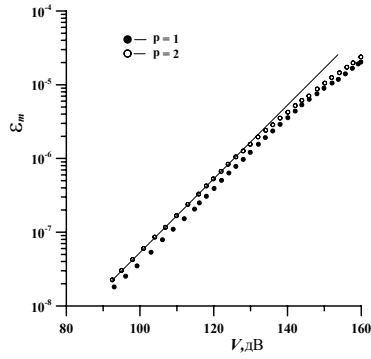


Рис.3

Из рисунка следует, что при малых амплитудах возбуждения ($\varepsilon_m < 10^{-6}$), зависимости $\varepsilon_m = \varepsilon_m(V)$ линейны, т.е. $\varepsilon_m \propto V$ а далее, при $\varepsilon_m > 10^{-6}$, они становятся нелинейными; это свидетельствует о наличии нелинейных потерь.

Далее, на Рис.4а,б приведены графики зависимостей модулей относительных нелинейных сдвигов резонансных частот $|F_{nl}/F_p|$ и коэффициентов нелинейного затухания μ_{nl}/μ_p от ε_m , где $\mu_p = (\Omega_p Q_p)^{-1}$.

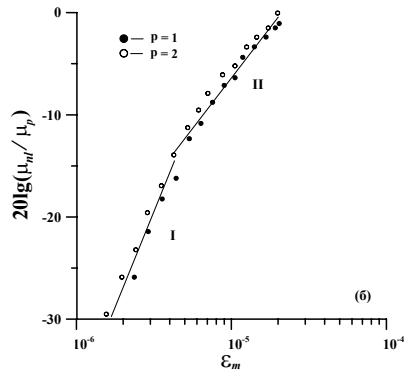
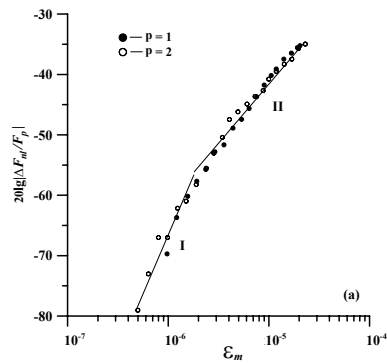


Рис. 4а,б

В представленных зависимостях можно выделить два амплитудных диапазона: (I) – $\varepsilon_m < \varepsilon^* \cong (2 \div 4) \cdot 10^{-6}$, где $F_{nl}/F_p \propto \varepsilon_m^2$, $\mu_{nl}/\mu_p \propto \varepsilon_m^2$, и (II) – $\varepsilon_m > \varepsilon^*$, где $F_{nl}/F_p \propto \varepsilon_m$, $\mu_{nl}/\mu_p \propto \varepsilon_m$. Наличие в каждом диапазоне одинаковых зависимостей $|F_{nl}/F_p|$ и μ_{nl}/μ_p от ε_m свидетельствует о проявлении в материале гистерезисной степенной нелинейности (с показателем степени n), причем, для первого диапазона $n = 3$, а для второго – $n = 2$. Из Рис.4а,б также видно, что наблюдаемые зависимости для $p = 1; 2$ близки и не зависят от номера моды p , т.е. от частоты F_p , возбуждения резонатора.

Далее, при $\varepsilon_m > 2 \cdot 10^{-6}$ (т.е. во втором диапазоне) наблюдалась генерация второй и третьей гармоник волны накачки. На Рис.5 приведены зависимости амплитуды смещения $U_2(L)$ свободного торца стержня на частоте второй гармоники от амплитуды деформации ε_m волны накачки на первой и второй модах (в резонансе) и амплитуды деформации ε_3 стержня на частоте третьей гармоники от амплитуды деформации ε_m волны накачки на первой моде (также в резонансе). Из рисунка видно, что зависимости близки к квадратичным, т. е.: $U_2(L), \varepsilon_3 \propto \varepsilon_m^2$.

Легко также заметить, что здесь показатель степени 2 на единицу больше значения показателя степени в зависимостях $|F_{nl}/F_p|$ и μ_{nl}/μ_p от ε_m в том же (втором) диапазоне (Рис.4). Именно такие закономерности для нелинейных потерь, дефекта модуля упругости и амплитуд высших гармоник и должны наблюдаться для волн в средах с гистерезисной квадратичной нелинейностью [1,2-3].

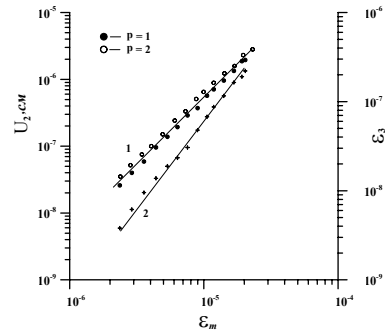


Рис. 5

Аналитическое описание наблюдаемых эффектов проводилось с использованием феноменологического уравнения состояния, содержащего гистерезисную нелинейность среды [5-8]: $\sigma(\varepsilon) = E[\varepsilon - f(\varepsilon)] + \alpha\rho\dot{\varepsilon}$ (с учетом ее линейной диссипации [1]), где $f(\varepsilon)$ – нелинейная функция, $|f'_{\varepsilon}(\varepsilon)| \ll 1$, α – коэффициент линейной диссипации, ρ – плотность. При этом, проводимый анализ осуществлялся как в рамках упругого (1), так и неупругого (2) гистерезиса:

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{n} \begin{cases} \gamma_1; (\varepsilon > 0, \dot{\varepsilon} > 0), \\ (\gamma_1 + \gamma_2) \varepsilon_m^{n-1} \varepsilon - \gamma_2 \varepsilon^n; (\varepsilon > 0, \dot{\varepsilon} < 0), \\ -\gamma_3 \varepsilon^n; (\varepsilon < 0, \dot{\varepsilon} < 0), \\ (\gamma_1 + \gamma_2) \varepsilon_m^{n-1} \varepsilon - \gamma_2 \varepsilon^n; (\varepsilon < 0, \dot{\varepsilon} > 0), \end{cases} \quad (1)$$

$$f(\varepsilon) = \beta \varepsilon_m^2 \varepsilon + \beta_1 \varepsilon_m \begin{cases} \varepsilon^2 - \varepsilon_m^2; \dot{\varepsilon} > 0 \\ -\varepsilon^2 + \varepsilon_m^2; \dot{\varepsilon} < 0 \end{cases}, \text{ где} \quad (2)$$

n – целое число, $n > 1$; $\gamma_{1-4}, \beta_1, \beta_2$ – параметры гистерезисной нелинейности; $\gamma_{1,3} + \gamma_{2,4} \geq 0$; $|\beta| \varepsilon_m \ll 1$; $|\beta_{1,2}| \varepsilon_m \ll 1$; $\beta_1 + \beta_2 \geq 0$; $|\beta_{1,2}| \gg 1$.

Было установлено, что при сильном возбуждении, т.е. во втором диапазоне ($\varepsilon_m > \varepsilon^*$) выражения для F_{nl}/F_p , μ_{nl}/μ_p , а также $U_2(L)$ и ε_3 имеют вид: $F_{nl}/F_p = -a_1 \varepsilon_m$; $\mu_{nl}/\mu_p = b_1 Q_p \varepsilon_m$; $U_2(L) = [a_2^2 + b_2^2]^{1/2} \varepsilon_m^2 L$, (L – длина исследуемого резонатора);

$$\varepsilon_3 = \frac{4[a_3^2 + b_3^2]^{1/2} \Omega_p \varepsilon_m^2}{15\pi \left\{ (\Omega_p / \Omega_{3p-1})^2 + 4[(1-q)\delta_{nl}(\varepsilon_m) + \Delta\Omega_{3p}/3]^2 \right\}^{1/2}}, \text{ где} \quad (3)$$

a_{0-3} , b_{1-3} – коэффициенты разложения $f(\varepsilon)$ в тригонометрический ряд:
– для упругого гистерезиса: $q = (36/35\pi)(a_0/a_1)$;

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{2\pi}(\gamma_1 - \gamma_2 + \gamma_3 - \gamma_4) + \frac{1}{8}(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4); \\ a_1 &= (14/9\pi^2)(\gamma_1 - \gamma_2 + \gamma_3 - \gamma_4) + (1/6\pi)(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4); \\ b_1 &= (2/9\pi^2)(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4) > 0; \\ a_2 &= (1/64)(\gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_3 + \gamma_4) + (1/24\pi)(\gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_3 - \gamma_4); \\ b_2 &= (1/48\pi)(\gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_3 - \gamma_4); \quad a_3 = (2/15\pi)(\gamma_1 - \gamma_2 + \gamma_3 - \gamma_4); \\ b_3 &= (1/30\pi)(\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4). \end{aligned} \quad (4)$$

– для неупругого гистерезиса: $q = (27.35)$; $a_0 = \beta$; $a_1 = (2\beta/3\pi)$; $b_1 = (8/9\pi^2)(\beta_1 + \beta_2)$; $a_2 = -(\beta_1 - \beta_2)/16$; $b_{2,3} = 0$;

$\Delta\Omega_{3p} = 3\Omega_p - \Omega_{3p-1}$ – дисперсионная расстройка частоты $3\Omega_p$ от резонансной частоты моды с номером $3p - 1$, связанная с дисперсией волн в стержне и отличием граничных условий на торцах резонатора от идеальных.

Из сравнения экспериментальных результатов (Рис.4) и выражений для F_{nl}/F_p и μ_{nl}/μ_p , с учетом (4), коэффициент нелинейности составлял: $[a_3^2 + b_3^2]^{1/2} \cong 3,6 \cdot 10^2$. Этот же коэффициент определенный независимо по амплитуде третьей гармоники из выражения (3) составляет: $[a_3^2 + b_3^2]^{1/2} \cong 3,55 \cdot 10^2$. Близость значений свидетельствует о том, что уравнение состояния исследованного образца кварцита соответствует упругому гистерезису (1). Отметим, что при проведении аналогичного анализа в рамках неупругого гистерезиса (2), между этими коэффициентами, определенными разными способами, наблюдалось количественное несоответствие: значение коэффициента нелинейности определенного по амплитуде третьей гармоники примерно в 1,7 раза превышало тот же коэффициент, определенный по сдвигу резонансной частоты и потерям. Это свидетельствовало о непригодности неупругого гистерезиса (2) для описания нелинейных акустических эффектов в кварците. Однако, если при измерении нелинейных эффектов ограничиться только второй гармоникой, то изучаемые эффекты в кварците, как, впрочем, и во многих других поликристаллических твердых телах, можно описывать как упругим (1), так и неупругим (2) гистерезисами [4].

Выводы:

1. Кварцит обладает гистерезисной акустической нелинейностью, которая характеризуется неаналитической степенной функцией деформации:

–при малых амплитудах деформации ($\varepsilon_m < \varepsilon^* \cong 3 \cdot 10^{-6}$), показатель степени $n = 3$;

–при больших ($3 \cdot 10^{-6} < \varepsilon_m < 2 \cdot 10^{-5}$ – $n = 2$.

Таким образом, акустическая нелинейность кварцита оказалась “неклассической”, т.е. неаналитической, и аномально высокой.

2. Неупругий гистерезис оказывается непригодным для описания нелинейных акустических эффектов в кварците. Однако, если при измерении нелинейных эффектов ограничиться только второй гармоникой, то изучаемые эффекты в кварците, как, впрочем, и во многих других поликристаллических твердых телах, можно описывать как упругим гистерезисом, так и неупругим.

Работа выполнена в рамках госзадания ИПФ РАН по теме №0035-2019-0009 и под-держана РФФИ (грант N20-02-00215A).

- [1] Назаров В.Е., Радостин А.В., Нелинейные волновые процессы в упругих микро-неоднородных средах. Н. Новгород: ИПФ РАН, 2007. 255 с.
- [2] Warren P. Mason (Ed.) Physical Acoustics and Methods, Academ. Press, New York, London, 1966. 406 с
- [3] Назаров В.Е., Сугин А.М. // Акуст. журн., 1989. Т.35, № 4. С. 711.
- [4] Зименков С.В., Назаров В.Е. // Физика Земли, 1993, № 1. С.13.
- [5] Granato A., Lucke K. //J. Appl. Phys., 1956. V.27, № 5. С.583.
- [6] Назаров В.Е. //Физика металлов. Металлография. 1999. Т.88. , №4 С.82.
- [7] McCall K.R. and Guyer R.A. //J.Geophys. Res., 1994. V.99. С.23887.
- [8] Van Den Abeele K., Schubert F., Aleshin V., Windels, F., Carmeliet J. //Ultrasonics, 42 (2004), С. 1017.